という関係が存在する。ここで，γ，Δ は適当なパラメター，また $G(x)$ は x のある関数である。$T > T_c$ であれば上の式から $M \propto H t^{-\gamma}$，すなわち帯磁率 χ は

$$\chi \propto t^{-\gamma}$$

とあらわされる。むしろ，この式で γ が定義されると考えた方がよい。さて，上で述べた scaling law の意味するところは，縦軸に $H/M t^{\gamma}$ をとり，横軸に $M^2 t^{2\gamma-\Delta}$ をとれば，t，H，M 等がいろいろ変化しても，上の二つの量にはある一定な関数関係が存在する，ということである。実際，そのようなプロットは実験データを整理するのに使われている。

ここでは，scaling law を導く一つの方法として，Lee ― Yang の零点分布を利用する話をした。既に詳細は Prog. Theor. Phys. に発表してあるので（38 （1967） 72～80），それを参考としていただきたい。

「スピン系の二次相転移の理論 ―複素磁場― 」

鈴　木　増　雄（東大理）

二次相転移に於ける転移点近傍の異常性を調べる方法として，ここでは，Ising モデルに限って，その状態和の零点を利用することを考える。出発点は Lee ― Yang theoremr にある。[1)] 即ち，Hamiltonian を

$$H = -J\Sigma S_i S_j - mH\Sigma S_i \ ; \ S_i = \pm 1, \qquad \text{(1)}$$

とすると，系の状態和は，fugacity z の多項式であわされる：

$$Z_N(K,h) = \left[\exp\frac{h}{2}\right]^N \sum_{k=0}^{N} a_k z^k, \qquad \text{(2)}$$

ここで，

$$K = J/kT, \quad z = e^{-h}, \quad h = 2mH/kT, \quad a_{N-k} = a_k$$

Lee − Yang は，K > 0 （ferro）の時に，(2)の根は，すべて，z − plane の単位円周上にあることを証明した。これによって，$N \to \infty$ の極限に於ける free energy は，次のように，単位円周上の零点の分布関数 $g(\theta, t)$ を用いて

$$-F/kT = \int_0^{\pi} g(\theta, t)\, \ell og\, 2(\cosh h - \cos\theta)\, d\theta \quad \cdots\cdots (3)$$

と表わされる。ここに，$t = (T - T_c)/T_c$. これから，t，h が小さいところを考えることにすると，積分は θ が小さいところが重要になり，磁化 M は，

$$M = 2m \sinh h \int_0^{\pi} \frac{g(\theta, t)}{\cosh h - \cos\theta}\, d\theta$$

$$\simeq 4mh \int_0^{\pi} \frac{g(\theta, t)}{\theta^2 + h^2}\, d\theta \quad \cdots\cdots (4)$$

となり，自発磁化 M_s は，

$$M_s = 2\pi m\, g(\theta, t), \quad \cdots\cdots (5)$$

帯磁率は

$$\chi_0 = \frac{4m^2}{kT} \int_0^{\pi} \frac{g(\theta, t) - g(o, t)}{1 - \cos\theta}\, d\theta$$

$$\simeq \frac{8m^2}{kT} \int_0^{\pi} \frac{g(\theta, t) - g(o, t)}{\theta^2}\, d\theta \quad \cdots\cdots (6)$$

と表わされ，更に，比熱 C は，

$$C \sim \frac{d^2}{dt^2} \int_0^{\pi} g(\theta, t)\, \ell og\, \theta\, d\theta \quad \cdots\cdots (7)$$

と表わされる。[2,3] 始め，次のようなもっとも簡単な plausible distribution function

$$g(\theta, t) = a(\theta^{\eta} - bt^{\varepsilon})^{k}\ ;\ \theta_c \sim t^{\varepsilon/\eta}, \quad \cdots\cdots (8)$$

「スピン系の二次相転移の理論 －複素磁場－」を用いて，critical index α，β，γ，δ の間の関係

$$\alpha + 2\beta + \gamma = 2,$$
$$\alpha + \beta(1+\delta) = 2, \qquad (9)$$
$$\alpha' = \alpha, \quad \gamma' = \gamma,$$

を導いた。[2] その後，Abe によって，critical angle $\theta_c(t)$ が存在する場合には，(8) を含むもう少し，一般的な分布関数

$$g(\theta, t) = t^{-\gamma}\theta_c f_A(\theta/\theta_c) \qquad (10)$$

が議論された。[4] 更に，θ_c の存在しない場合まで含めて，もっとも一般的には，

$$g(\theta, t) = t^{\beta} f(\theta / t^{\beta+\gamma}) \qquad (11)$$

の型が一つの充分条件として導かれる。[3]

ここで，(4) 式より，次のような一般的な関係が成り立つことが容易にわかる。[3]

(I) 磁気の状態方程式が，

$$M = M(h, t) \qquad (12)$$

と書かれるならば，分布関数は，

$$g(\theta, t) = \frac{1}{2\pi} R_e M(i\theta, t) \qquad (13)$$

と表わされる。

(II) 特に，磁気の状態方程式が

$$M = t^{\beta}\varphi(h/t^{\Delta'}) \qquad (14)$$

と表わされるならば，分布関数は，次の型をとる。

$$g(\theta, t) = t^{\beta} f(\theta/t^{\Delta'}) \qquad (15)$$

(III) 逆に，分布関数が (15) の型をとるならば，状態方程式は，(14) の型に表わされることがわかる。

そこで，(11) を用いると，Ising モデルでは，磁気の状態方程式は，

$$M = t^{\beta}\varphi(h/t^{\beta+\gamma}) \quad \cdots\cdots (16)$$

という型になることがわかる。[5] これより，

Domb & Hunter,[5] 等の方法によって，(9) の関係が導かれる。或いは，(11) の分布関数を直接，4 ～ 7）式に入れて議論することも出来る。結論として，Kadanoff[7] の scaling law と同じ結果が導かれたことになる。

References

1. T. D. Lee and C. N. Yang, Rhys. Rev. 87 (1952) 410.
2. M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. 38 (1967) 289.
3. M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. no. 7701 (to be published).
4. R. Abe, Prog. Theor. Phys. 38 (1967) 72.
5. M. Suzuki, J. Phys. Soc. Japan 22 (1967) 757.
6. C. Domb and D. L. Hurter, Proc. Phys. Soc. 86 (1965) 1147.
7. L. P. Kadanoff, Physics 2 (1966) 263

Green函数の decouplingによる強磁性理論

桂　重俊（東北大）

Green 函数の decoupling による強磁性理論は Tjablikev 以後多くの人々により近似をあげることが試みられたが，その多くにおいては Tjablikev のもっていた全局性が損なわれている。我々は Pauli operator が同じ場所に対して持っている反可換性が近似の全局性に対して重要であると考えて一つの近似法を展開した。詳しくは前号に掲載された桂，堀口の論文を読んで頂きたい。